

# 粤港澳大湾区中心城市典型设计暴雨过程线分析\*

陈子燊<sup>1</sup>, 杨芳<sup>2</sup>, 高时友<sup>2</sup>

1. 中山大学地理科学与规划学院, 广东 广州 510275

2. 珠江水利科学研究院, 广东 广州 510611

**摘要:** 对粤港澳大湾区 4 个中心城市约 60 a 观测的前、后汛期逐时雨量, 以最大 1 h 雨量(为雨峰)、相应的最大 6 h 雨量和最大 24 h 雨量为样本, 采用非对称 Archimedean Gumbel-Hougaard 极值 copula 构建 3 个时段雨量联合分布的典型设计暴雨过程线。主要结论: 1) 采用 3 个历时雨量联合分布推求的城市设计暴雨值大于 2 个时段联合分布和单一时段设计暴雨值, 同频率放大的设计暴雨过程线, 整体效果相对最优, 对城市设计暴雨过程线的研究方法提供了新思路; 2) 采用 3 个历时雨量联合分布推求的 4 个城市设计暴雨过程线, 更客观地代表了所在城市的雨型特征, 为进一步设计雨型的研究提供了新方法; 3) 以 24 h 最大雨量构建的典型设计暴雨过程线具代表性, 按同频率放大的典型设计暴雨过程线可作为城市汛期排水防涝工程设计的参考依据。

**关键词:** 非对称极值 Copula 函数; 设计暴雨过程线; “或”重现期; 雨型

**中图分类号:** TV122 **文献标志码:** A **文章编号:** 2097-0137(2023)06-0001-10

## Analysis on typical design rainstorm hydrographs of central cities in the Guangdong-Hong Kong-Macao Greater Bay Area

CHEN Zishen<sup>1</sup>, YANG fang<sup>2</sup>, GAO Shiyu<sup>2</sup>

1. School of Geography and Planning, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China

2. Pearl River Hydraulic Research Institute, Guangzhou 510611, China

**Abstract:** The hourly rainfall of the four central cities in the Guangdong-Hong Kong-Macao Greater Bay Area (GBA) during the pre-and post-flood seasons over a period of about 60 years is studied in this paper. The maximum 1-hour rainfall (rain peak), the maximum 6-hour rainfall, and the maximum 24-hour rainfall are taken as samples. The asymmetric Archimedean Gumbel-Hougaard extreme copula is used to construct a typical design of rainstorm hydrographs for the joint distribution of rainfall in three durations. The main conclusions are as follows: (1) The urban design rainstorm value calculated from the joint distribution of 3 durations of rainfall is greater than the combined distribution of 2 durations and the design rainstorm value of a single period, and the overall effect of the design rainstorm hydrograph with the same frequency amplification is relatively optimal, which provides a new idea for the research method of urban design rainstorm hydrograph. (2) The design of rainstorm hydrographs for 4 cities based on the joint distribution of 3 rainfall durations more objectively represents the rain pattern characteristics of the cities in which they are located, providing a new method for further research on the design of rain patterns. (3) The typical design of rainstorm hydrographs constructed with the maximum rainfall of 24 hours is representative. The typical design of rainstorm hydrographs amplified

\* 收稿日期: 2023-03-15

录用日期: 2023-04-07

网络首发日期: 2023-07-25

基金项目: 国家重点研发计划(2021YFC3001000); 国家自然科学基金(41371498); 水利青年人才发展资助项目

作者简介: 陈子燊(1952年生), 男; 研究方向: 极端水文气象事件风险; E-mail: eesczs@mail.sysu.edu.cn

通信作者: 杨芳(1978年生), 女; 研究方向: 河口治理及洪涝灾害防御; E-mail: yangf21@mails.tsinghua.edu.cn

with the same frequency can be used as a reference for the city design of drainage and waterlogging control engineering in flood season.

**Key words:** asymmetrical extreme value Copula; design rainstorm hydrographs; ‘OR’ return period; rainfall patterns

全球气候变化导致极端气象事件频发, 其中极端降雨过程引发的城市内涝可造成重大的经济损失。应对极端暴雨是城市防灾减灾需面对的重大科学和应用问题。城市设计暴雨是推求城市排水工程设计洪水的基础, 对确定城市排水工程设计规模与投资具有重要影响, 关系到城市排水工程的安全性和经济性。已有研究人员从城市应对极端天气事件与防灾减灾的风险管理角度对雨型作了探索。蒋明(2015)指出雨型是描述降雨过程和降雨强度在时间尺度上的分配过程, 是径流过程计算的基础。成丹等(2015)把设计雨型作为制定排水防涝系统设计时的重要因素, 应用于城市市政排水系统的规划和管理及排水分析, 为城市流域雨洪调度计算提供科学依据。岑国平等(1998)对我国 4 个雨量站的雨型进行分类和统计, 获得了短历时暴雨雨型的分布特性, 经过模拟分析和比较, 找出了一种较好地满足城市排水设计要求的设计雨型。叶姗姗等(2018)选取宿迁市实测的主副型雨峰偏后的暴雨雨型, 对其降雨过程进行同频率分段缩放, 采用 Copula 函数的风险联合概率模型分析了不同的两时段之间出现的暴雨风险。杨星等(2013)利用深圳雨量站 34 年实测逐时降雨资料, 对比了不同典型暴雨设计雨型研究方面的差异, 按构建的两变量 Copula 推求了深圳市不同重现期雨型的风险率和典型暴雨的特征。

至今在应用 Copula 函数分析三变量洪水的联合概率分布和设计洪水过程线已有不少研究。侯芸芸等(2010)和 Zhang et al.(2007)分别应用对称的单参数 Archimedean Copula 函数分析了洪水三变量的联合概率分布和条件概率分布。由于具有不同相关性的高维随机变量, 单参数难以真实反映其复杂的不对称相关结构, 而非对称形式的 Copula 函数具有更加灵活的参数和结构形式, 更适合用于拟合高维的随机变量。为此, Grimaldi et al.(2006)、Ganguli et al.(2013)、陈子燊等(2016)分别采用非对称的阿基米德 Copula (asymmetric Archimedean Copula) 构建了不对称三变量洪水要素联合分布模型推算设计洪水, 以尝试应用于洪水风险规划管理与工程设计。肖义等(2007)和李天元等(2013)分别采用两变量和三变量的 Copula 函数建立了联合分布的设计洪水过程线的推求方法, 为设计洪水过程线提供了一种新思路。

刘俊等(2018)对城市暴雨强度公式研究进展作了全面述评, 梅超等(2017)述评了城市设计暴雨选择方法、频率分析、强度公式和时空分解等方面内容。但是至今对城市设计暴雨过程方面研究依然少见, 尤其是从高维(大于二维)尺度上设计典型暴雨过程, 将表征暴雨过程的多个尺度暴雨量转化为一个暴雨特征量来进行频率分析, 作为代表整个暴雨过程的发生频率, 求得该特征量设计重现期对应的设计值, 推求的设计城市暴雨过程线可作为排水防涝工程设计的参考依据。陈子燊等(2020)曾借鉴设计洪水过程线的方法, 以历年最大 1 h 雨量(雨峰)、最大 6 h 雨量和最大 24 h 雨量为样本, 采用非对称的阿基米德 Gumbel-Hougaard Copula 构建珠海市 3 个时段雨量联合分布的典型暴雨过程线。研究结果表明 3 个时段雨量联合分布的“或”联合重现期更适用于应对城市雨洪风险, 但缺少对典型暴雨过程线的代表特征量的条件风险及其相应重现期的分析。本文拟进一步采用非对称阿基米德 Gumbel-Hougaard 极值 Copula 构建粤港澳大湾区 4 个中心城市设计暴雨过程线, 希望有助于这些城市防灾减灾的风险管理。

## 1 三变量 Copula 函数

### 1.1 Copula 函数的定义

设随机变量  $X_i (i = 1, 2, \dots, n)$  的边缘分布函数为  $F_{X_i}(x_i) = P(X_i \leq x_i)$ , 其中  $n$  为随机变量的个数,  $x_i$  为随机变量  $X_i$  的值。依 Sklar 理论, 对于连续分布函数  $F_{X_i}(x_i)$ , 存在唯一联合分布函数

$$H(x_1, x_2, \dots, x_n) = C(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), \dots, F_{X_n}(x_n)) = C(u_1, u_2, \dots, u_n). \quad (1)$$

利用 Copula 函数构造联合概率分布, 使得变量的所有信息都存在于边缘分布函数里, 不会在转换过

程中产生信息失真。因此, Copula函数理论是构建多变量水文联合概率分布的有效工具。

### 1.2 三变量 Archimedean Copula

三变量非对称 Archimedean Copula 的形式为 (Salvadori et al., 2010)

$$C(u_1, u_2, u_3) = C_1(u_3, C_2(u_1, u_2)) = \varphi_1^{-1}(\varphi_1(u_3) + \varphi_1 \circ \varphi_2^{-1}(\varphi_2(u_2) + \varphi_2(u_1))), \quad (2)$$

式中符号“ $\circ$ ”表示函数复合。三变量非对称 M6(Gumbel-Hougaard) Copula 形式为

$$C(u_1, u_2, u_3) = \exp\left\{-\left(\left[(-\ln u_1)^{\theta_2} + (-\ln u_2)^{\theta_2}\right]^{\theta_1/\theta_2} + (-\ln u_3)^{\theta_1}\right)^{1/\theta_1}\right\}, \quad \theta_2 > \theta_1 \in [1, \infty). \quad (3)$$

### 1.3 三变量联合重现期和条件重现期

以算符“ $\vee$ ”定义“或”三维极端事件中至少有一个被超过情况下的“或”联合重现期为

$$T_{u_1, u_2, u_3}^{\vee} = \frac{1}{P(X_1 > x_1 \vee X_2 > x_2 \vee X_3 > x_3)} = \frac{1}{1 - C(u_1, u_2, u_3)}; \quad (4)$$

以“ $\wedge$ ”定义“且”三维极端事件同时被超过情况下的“且”联合重现期为

$$\begin{aligned} T_{u_1, u_2, u_3}^{\wedge} &= \frac{1}{P(X_1 \geq x_1 \wedge X_2 \geq x_2 \wedge X_3 \geq x_3)} \\ &= \frac{1}{1 - u_1 - u_2 - u_3 + C(u_1, u_2) + C(u_1, u_3) + C(u_2, u_3) - C(u_1, u_2, u_3)}. \end{aligned} \quad (5)$$

两个不超过事件发生下的条件概率为 (侯芸芸等, 2010)

$$F(x_1 | X_2 \leq x_2, X_3 \leq x_3) = \frac{C(u_1, u_2, u_3)}{C(u_2, u_3)}, \quad (6)$$

事件  $(X_1 > x_1 | X_2 \leq x_2, X_3 \leq x_3)$  下的条件重现期为

$$T(x_1 | X_2 \leq x_2, X_3 \leq x_3) = \frac{1}{1 - F(x_1 | X_2 \leq x_2, X_3 \leq x_3)}; \quad (7)$$

两个等量事件发生下的条件概率为

$$F(x_1 | X_2 = x_2, X_3 = x_3) = \frac{\partial^2 F(x_1, x_2, x_3) / \partial x_2 \partial x_3}{f_{x_2 x_3}(x_2, x_3)} = \frac{\partial C(u_1, u_2, u_3)}{\partial u_2 \partial u_3}, \quad (8)$$

则事件  $(X_1 > x_1 | X_2 = x_2, X_3 = x_3)$  下的条件重现期为

$$T(x_1 | X_2 = x_2, X_3 = x_3) = \frac{1}{1 - F(x_1 | X_2 = x_2, X_3 = x_3)}. \quad (9)$$

一个等量事件发生下的条件概率为

$$F(x_1, x_2 | X_3 = x_3) = \frac{\partial C(u_1, u_2, u_3)}{\partial u_3}, \quad (10)$$

则至少有一个为超过事件下的条件重现期为

$$T = \frac{1}{1 - F(x_1, x_2 | X_3 = x_3)}; \quad (11)$$

一个不超过事件发生下的条件概率为

$$F(x_1, x_2 | X_3 \leq x_3) = \frac{C(u_1, u_2, u_3)}{u_3}; \quad (12)$$

则至少有一个为不超过事件下的条件重现期为

$$T = \frac{1}{1 - F(x_1, x_2 | X_3 \leq x_3)}. \quad (13)$$

## 2 实例研究

### 2.1 研究背景与数据来源及处理

粤港澳大湾区面积约 5.6 万 km<sup>2</sup>, 总人口约 7 000 万, 是我国社会经济高质量发展的示范区和参与全球竞争的核心区域之一, 在国家发展大局中具有突出的带动作用 and 重要战略地位。香港、澳门、广州、深圳是粤港澳大湾区 4 个中心城市, 包括香港和澳门 2 个特别行政区, 广州和深圳 2 个超大城市。

华南地区的雨季为 4~10 月中旬, 可分为 2 个阶段: 4~6 月为华南前汛期, 多由锋面雨造成; 7 月以后为华南后汛期, 华南后汛期多由台风等低纬度热带天气系统造成, 通常称为台风汛期。为了能反映不同天气系统引起的汛期降水变化差异, 如同分期设计洪水一样, 有必要对汛期降水设计分期暴雨。

数据来源: 广州和深圳气象站逐时雨量数据来自国家基本气象站, 香港和澳门雨量数据分别来自香港天文台、澳门地球物理暨气象局。气象站雨量数据的时间跨度: 广州 1954—2012 年; 深圳 1954—2012 年; 香港 1947—2013 年; 澳门 1952—2013 年。

数据处理: 首先提取各站历年前、后汛期最大 24 h 雨量( $R_{24}$ ), 进而分别提取前、后汛期最大 1 h 雨量( $R_1$ )和连续最大 6 h 雨量( $R_6$ )数据。由  $R_1$ 、 $R_6$  和  $R_{24}$  作为分析样本, 分别构建 4 个中心城市前后汛期 3 个时段雨量联合分布的设计暴雨过程线。

### 2.2 边缘分布与联合分布

边缘分布均采用广义极值分布(GEV)对  $R_1$ 、 $R_6$  和  $R_{24}$  样本加以拟合。参数估计使用线性矩(L-矩)方法, 经验频率分布使用 Gringorten 公式计算。拟合结果采用均方根误差(RMSE)和概率点据相关系数(PPCC)检验其拟合优度。拟合结果显示, GEV 分布适用于 3 个极端降雨尺度  $R_1$ 、 $R_6$  和  $R_{24}$  的样本(见表 1)。

广义极值(GEV)分布函数

$$F_X(x) = P(X < x) = \begin{cases} \exp\left\{-\left[1 - \xi\left(\frac{z - \mu}{\beta}\right)\right]^{1/\xi}\right\}, & \xi \neq 0, \\ \exp\left[-\exp\left(\left(\frac{z - \mu}{\beta}\right)\right)\right], & \xi = 0, \end{cases} \quad (14)$$

式中  $\xi$ ,  $\beta$ ,  $\mu$  分别为形态参数、尺度参数和位置参数。

Nelson(2006)和 Salvadori et al.(2010)证明, 当且仅当边缘分布和 Copula 函数均为极值分布时, 构造的联合分布才是极值分布, 而 Gumbel-Hougaard Copula 是 Archimedean Copula 函数族中唯一多变量极值 Copula 函数, 适用于极端事件的频率分析。计算显示  $R_1$ 、 $R_6$  和  $R_{24}$  两两间的 Kendall 相关系数不同历时暴雨

表 1 4 个气象站 3 个尺度暴雨样本的 GEV 分布参数与优度检验值

Table 1 The parameters of the marginal distribution and the values of goodness of fit test

城市	样本	前汛期					后汛期				
		$\mu$	$\beta$	$\xi$	RMSE	PPCC	$\mu$	$\beta$	$\xi$	RMSE	PPCC
广州	$R_1$	31.943	14.218	-0.069	2.979	0.988	21.904	12.579	0.012	2.821	0.984
	$R_6$	65.179	27.693	-0.107	6.709	0.987	52.830	19.218	-0.022	2.990	0.993
	$R_{24}$	97.261	39.179	0.015	5.012	0.995	86.088	29.343	-0.199	9.774	0.980
深圳	$R_1$	28.280	14.694	0.025	2.023	0.994	26.727	12.166	-0.012	2.597	0.986
	$R_6$	61.177	29.873	-0.147	7.673	0.987	75.576	32.121	-0.030	8.426	0.979
	$R_{24}$	100.169	44.749	-0.191	14.272	0.981	143.649	55.312	0.057	7.378	0.993
香港	$R_1$	33.790	16.863	-0.106	2.129	0.997	31.890	15.071	0.067	2.318	0.991
	$R_6$	88.533	41.400	-0.078	6.702	0.993	88.304	33.895	-0.039	7.586	0.985
	$R_{24}$	134.972	64.720	-0.140	23.817	0.980	165.569	63.157	0.006	9.659	0.992
澳门	$R_1$	37.478	19.901	0.079	3.057	0.991	30.595	12.950	-0.073	2.684	0.989
	$R_6$	86.431	41.448	-0.131	12.390	0.979	82.540	36.590	0.032	5.154	0.993
	$R_{24}$	132.426	56.896	-0.220	11.899	0.994	140.417	63.620	0.161	8.722	0.992

间存在较高的相关性, 但  $R_1$ 、 $R_6$  和  $R_{24}$  之间的相关性存在差别, 故选用非对称 Archimedean Gumbel-Hougaard Copula 构建4个城市气象站历年前、后汛期最大24 h暴雨量不同时段降雨  $R_1$ 、 $R_6$  和  $R_{24}$  之间的三维联合分布。

依式(3)计算得到非对称 Archimedean Gumbel-Hougaard Copula 两个参数, 以及离差平方、OLS 和信息准则 AIC 的拟合优度值见表2。可由此分别构建4个城市的三维联合分布模式。为省篇幅, 本文仅列出广州前、后汛期的联合分布模式为

前汛期

$$C(u_1, u_2, u_3) = \exp \left\{ - \left( \left[ (-\ln u_1)^{2.632} + (-\ln u_2)^{2.632} \right]^{1.634/2.632} + (-\ln u_3)^{1.634} \right)^{1/1.634} \right\}, \quad (15)$$

后汛期

$$C(u_1, u_2, u_3) = \exp \left\{ - \left( \left[ (-\ln u_1)^{2.331} + (-\ln u_2)^{2.331} \right]^{1.401/2.331} + (-\ln u_3)^{1.401} \right)^{1/1.401} \right\}. \quad (16)$$

表2 非对称三维 Copula 参数估计及拟合优度值

Table 2 Estimation of asymmetric three-dimensional Copula parameters and goodness of fit

城市	前汛期				后汛期			
	$\theta_1$	$\theta_2$	OLS	AIC	$\theta_1$	$\theta_2$	OLS	AIC
广州	1.634	2.632	0.042	-160	1.401	2.331	0.033	-172
深圳	2.032	2.649	0.027	-184	1.797	2.451	0.029	-180
香港	1.946	2.595	0.020	-225	1.964	2.451	0.034	-194
澳门	2.315	3.100	0.029	-189	1.956	2.488	0.041	-170

### 2.3 典型暴雨过程线构建

典型暴雨的特征, 包括降雨集中程度、雨峰位置和雨量大小等。典型暴雨过程线的设计采用以下原则: ① 选择历年前、后汛期24 h最大实测暴雨; ② 设计暴雨过程线采用同频率放大法, 以降水主峰对城市内涝为首要影响因子, 选定时段24 h最大实测暴雨中的最大1 h雨量为设计雨峰, 使得放大的过程线形状能与原来的典型过程一致。

选取4个城市典型暴雨过程的  $R_1$ 、 $R_6$ 、 $R_{24}$  等3个时段相应的重现期见表3。由表3可见, 典型年的24 h雨量都达到特大暴雨级别,  $R_1$ - $R_6$ - $R_{24}$  组合雨量的“或”联合重现期小于单一时段雨量重现期, 此说明考虑多时段组合条件下某一时段雨量致灾的可能性最高。

表3 4个城市前后汛期典型年  $R_1$ 、 $R_6$ 、 $R_{24}$  最大降雨量及重现期

Table 3 The maximum precipitation and return period of  $R_1$ 、 $R_6$ 、 $R_{24}$  of typical years of before and after flood season in four cities

城市	汛期	典型年	$R_1$		$R_6$		$R_{24}$		$R_1$ - $R_6$ - $R_{24}$
			$R_1$ /mm	重现期/a	$R_6$ /mm	重现期/a	$R_{24}$ /mm	重现期/a	“或”重现期/a
广州	前	1955	80.7	22.2	233.1	107.4	281.9	132.6	21.6
	后	1964	45.8	7.3	138.4	70.6	269.7	58.8	7.2
深圳	前	1966	65.9	14.6	249.3	86.7	352.5	46.5	14.2
	后	1993	68.9	30.4	177.3	21.1	338.6	51.4	17.2
香港	前	1998	71.7	8.0	192.1	10.3	428.4	33.9	6.5
	后	1976	51.5	4.4	168.6	10.1	416.3	56.2	4.2
澳门	前	1982	107.2	61.1	279.6	38.6	613.2	118.8	35.2
	后	1955	39.5	2.5	138.8	5.4	355.3	131.4	2.4

## 2.4 同频率法推求设计暴雨过程线

对任一给定的三变量重现期  $T_{u_1, u_2, u_3}$ , 理论上存在无数  $u_1, u_2, u_3$  的组合满足式(4), 按照同频率放大法的思路, 设定  $R_1, R_6, R_{24}$  等 3 个时段雨量同频率, 即令  $u_1 = u_2 = u_3$ , 可得到基于某一联合重现期  $T_{u_1, u_2, u_3}$  的频率组合  $(u_1, u_2, u_3)$ 。根据此组合, 按照各变量的边缘分布函数反推可得到 3 个不同时段雨量的联合设计值组合  $(r_1, r_6, r_{24})$ , 进而以此设计值组合放大典型暴雨过程, 即可得到基于三变量联合分布的设计暴雨过程线。采用非对称 M6 函数参数推算  $R_1, R_6, R_{24}$  等 3 个时段雨量同频率分布联合设计值公式:

$$u_1 = u_2 = u_3 = \left[ 1 - \left( 1/T_{u_1, u_2, u_3} \right) \right]^\alpha, \quad \begin{cases} r_1 = F^{-1}(u_1), \\ r_2 = F^{-1}(u_2), \\ r_3 = F^{-1}(u_3), \end{cases} \quad (17)$$

式中  $\alpha = (2^{\theta_1/\theta_2} + 1)^{-1/\theta_1}$ ;  $T_{u_1, u_2, u_3}$  为“或”重现期;  $F_{u_i}^{-1}(u_i)$  为边缘分布函数的反函数。

按相同原理, 可分别推算两变量  $u_1, u_2$  的重现期  $T_{u_1, u_2}$ ;  $u_1, u_3$  的重现期  $T_{u_1, u_3}$  和  $u_2, u_3$  的重现期  $T_{u_2, u_3}$  的同频率分布联合设计值。

表 4 为不同时段雨量组合设计的“或”重现期, 可见同频率下  $R_1-R_6-R_{24}$  等 3 个时段组合雨量的“或”重现期最小, 危险率最大。因此, 如果以 3 个时段雨量组合的“或”重现期作为城市的防雨洪标准, 由此设计的暴雨过程线对于应对城市雨洪风险更合适。

表 5 为多变量同频率设计值计算结果, 表中“-”表示未计算。可见  $R_1-R_6-R_{24}$  组合同频率设计暴雨设计值明显大于其他同一重现水平组合和单一时段暴雨的设计值。由于多变量方法是基于多个降雨时段组合的联合重现期, 考虑了变量之间的相关性, 设计值会大于单变量同频率设计值。陈子燊等(2016, 2018)的研究结果显示, 三变量同频率设计值十分接近于按联合概率密度最大值推算的三变量“或”联合重现期设计值。

由表 5 可见, 采用  $R_1-R_6-R_{24}$  组合法推求的 3 个时段雨量的设计值均大于相应单一时段样本推算的设计值, 也大于采用 2 个时段雨量组合的设计值。作为工程设计与风险管理, 尽管存在偏向安全问题, 但采用  $R_1-R_6-R_{24}$  同频率组合设计暴雨值为更高安全标准的防雨洪工程设计或风险预警提供了科学依据。采用的  $R_1-R_6-R_{24}$  组合的设计暴雨过程线也更加符合变化环境下城市雨洪现象的内在规律和防洪工程实际的要求。

## 2.5 典型年设计暴雨过程线的条件重现期及危险率

分别选取属于特大暴雨(>200 mm)的 4 个城市前、后汛期的典型暴雨过程进行同频率分时段缩放。放大系数公式  $K = X_{\text{设计}}/X_{\text{典型}}$ , 式中  $X_{\text{设计}}$  为不同重现期的设计降雨量;  $X_{\text{典型}}$  为典型暴雨降雨量。以雨峰同频率放大法求重现期为 200 a( $P=0.05\%$ )  $R_1-R_6-R_{24}$  等 3 个时段雨量联合分布的设计暴雨过程线。为了比较, 另推求了  $R_1-R_6$  和  $R_1-R_{24}$  两变量联合分布以及以雨峰同频率放大的设计暴雨过程线。图 1 显示, 按照短历时强降

表 4 4 个城市不同时段雨量组合的“或”联合重现期

Table 4 The "OR" return periods of rainfall combinations with different time periods at four cities a

项目	重现期	前汛期				后汛期			
		$R_1-R_6$	$R_1-R_{24}$	$R_6-R_{24}$	$R_1-R_6-R_{24}$	$R_1-R_6$	$R_1-R_{24}$	$R_6-R_{24}$	$R_1-R_6-R_{24}$
广州	200	138.7	123.1	153.8	113.3	134.2	113.6	148.7	103.8
	100	69.4	61.6	77.0	56.8	67.2	56.9	74.4	52.0
深圳	200	146.2	134.6	154.1	122.8	146.8	125.4	150.9	116.2
	100	73.2	67.4	77.1	61.5	73.5	62.8	75.5	58.2
香港	200	152.5	123.8	153.2	120.7	150.9	128.6	148.5	119.8
	100	76.3	62.0	76.7	60.4	75.5	64.4	74.3	60.0
澳门	200	158.3	139.6	160.0	130.8	146.4	128.2	151.5	120.0
	100	79.2	69.9	80.1	65.5	73.3	64.2	75.8	60.1

表 5 不同时段组合设计暴雨同频率联合设计值和单一时段样本设计值  
Table 5 Univariate and multivariate storm design value combined with same frequency

雨量时段组合	重现期/a	$R_1$ /mm	$R_6$ /mm	$R_{24}$ /mm	雨量时段组合	重现期/a	$R_1$ /mm	$R_6$ /mm	$R_{24}$ /mm				
广州 前 汛 期	$R_1-R_6-R_{24}$	200	136.9	296.2	320.9	广州 后 汛 期	$R_1-R_6-R_{24}$	200	95.2	177.0	429.6		
		100	122.3	261.0	295.8			100	87.1	161.9	366.1		
	$R_1-R_6$	200	130.6	280.8	-		$R_1-R_6$	200	91.1	169.4	-		
		100	116.3	246.8	-			100	82.9	154.3	-		
	$R_1-R_{24}$	200	133.1	-	314.5		$R_1-R_{24}$	200	93.1	-	412.0		
		100	118.7	-	289.3			100	84.9	-	350.8		
	$R_6-R_{24}$	200	-	275.6	306.4		$R_6-R_{24}$	200	-	167.1	387.2		
		100	-	241.9	281.2			100	-	152.1	329.3		
	$R_1/R_6/R_{24}$	200	122.9	262.6	296.9		$R_1/R_6/R_{24}$	200	86.4	160.7	361.5		
		100	109.0	229.8	271.6			100	78.2	145.8	306.8		
	深圳 前 汛 期	$R_1-R_6-R_{24}$	200	108.2	338.3		581.6	深圳 后 汛 期	$R_1-R_6-R_{24}$	200	101.0	283.1	421.1
			100	99.3	291.6		492.7			100	92.0	256.6	393.0
$R_1-R_6$		200	105.1	321.6	-	$R_1-R_6$	200		97.2	271.9	-		
		100	96.2	276.5	-		100		88.2	245.7	-		
$R_1-R_{24}$		200	106.2	-	560.4	$R_1-R_{24}$	200		99.3	-	415.8		
		100	97.2	-	474.0		100		90.3	-	387.4		
$R_6-R_{24}$		200	-	318.0	542.7	$R_6-R_{24}$	200		-	270.9	408.3		
		100	-	273.3	458.5		100		-	244.7	379.7		
$R_1/R_6/R_{24}$		200	101.1	300.7	509.7	$R_1/R_6/R_{24}$	200		93.2	260.1	396.8		
		100	92.1	257.6	429.7		100		84.2	234.2	367.7		
香港 前 汛 期		$R_1-R_6-R_{24}$	200	171.6	397.3	726.1	香港 后 汛 期		$R_1-R_6-R_{24}$	200	104.9	311.6	528.7
			100	150.4	353.0	628.2				100	97.6	282.3	486.3
	$R_1-R_6$	200	161.9	377.2	-	$R_1-R_6$		200	102.0	299.8	-		
		100	141.5	333.9	-			100	94.6	270.8	-		
	$R_1-R_{24}$	200	168.4	-	711.3	$R_1-R_{24}$		200	103.7	-	521.5		
		100	147.5	-	614.8			100	96.3	-	479.0		
	$R_6-R_{24}$	200	-	376.9	680.5	$R_6-R_{24}$		200	-	300.5	512.7		
		100	-	333.6	586.9			100	-	271.5	470.2		
	$R_1/R_6/R_{24}$	200	153.8	360.0	643.5	$R_1/R_6/R_{24}$		200	99.0	287.9	494.5		
		100	133.9	317.6	553.3			100	91.5	259.3	451.9		
	澳门 前 汛 期	$R_1-R_6-R_{24}$	200	129.4	442.3	792.0		澳门 后 汛 期	$R_1-R_6-R_{24}$	200	125.8	278.7	382.4
			100	120.4	383.8	661.6				100	112.3	257.4	364.2
$R_1-R_6$		200	126.6	422.7	-	$R_1-R_6$	200		120.3	270.3	-		
		100	117.4	365.9	-		100		107.1	248.8	-		
$R_1-R_{24}$		200	128.2	-	771.9	$R_1-R_{24}$	200		123.0	-	378.8		
		100	119.1	-	644.4		100		109.6	-	360.2		
$R_6-R_{24}$		200	-	421.8	745.2	$R_6-R_{24}$	200		-	269.3	374.5		
		100	-	365.1	621.5		100		-	247.8	355.4		
$R_1/R_6/R_{24}$		200	123.5	403.0	703.4	$R_1/R_6/R_{24}$	200		114.3	260.7	367.1		
		100	114.2	347.9	585.6		100		101.4	239.0	347.2		

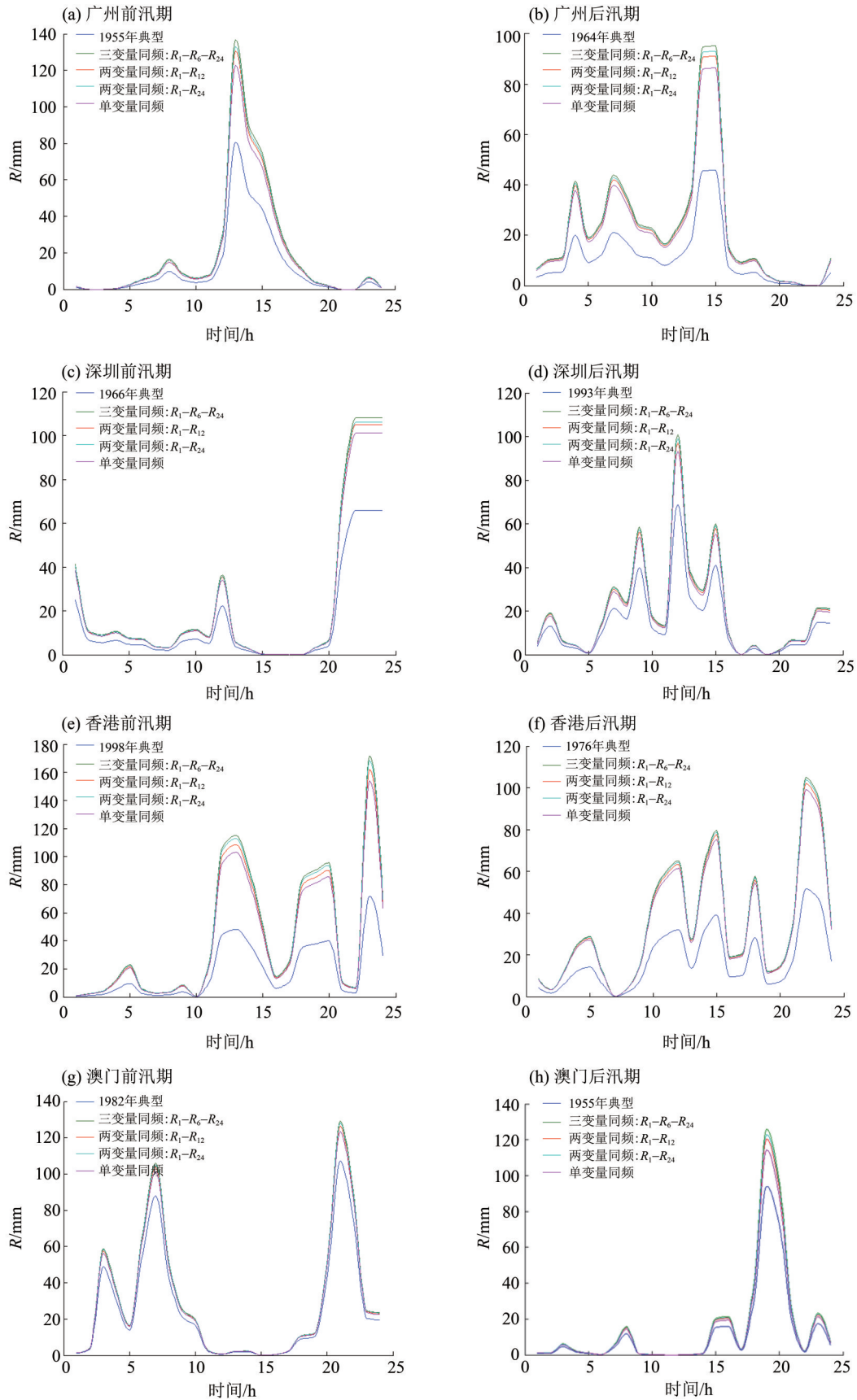


图1 4个城市典型暴雨不同时段组合推求的200 a一遇设计暴雨过程线的对比

Fig. 1 Comparison among the design rainstorm hydrograph with return period 200 years of a typical rainstorm to three and two durations

水强度 20 mm/h 划分雨峰, 根据典型年暴雨过程的雨峰位置, 4 个城市前、后汛期设计暴雨过程线多呈现多峰形态, 主峰偏后。

按式(6)~(13)分别推算了 4 个城市前、后汛期典型年暴雨过程的条件重现期及相应的条件概率。由表 6 可见:

- 1) 选择的典型年设计暴雨过程, 前汛期最大 24 h 雨量大于后汛期;
- 2) 两个等量事件发生条件下的条件重现期小于两个不超过事件发生条件下的条件重现期, 出现的危险率  $P$ (超值条件概率)则大之;
- 3) 两个等量事件发生条件下的条件重现期大于单个等量事件发生条件下的条件重现期, 出现的危险率  $P$ (超值条件概率)则小之;
- 4) 24 h 最大雨量一个等量事件条件下出现的重现期最小, 危险率最大, 包括最大 1 h 雨峰( $R_1$ )和连续最大 6 h 雨量( $R_6$ )都可能对城市内涝形成严重影响。

条件概率分布模型给出了雨峰与最大 6 h 雨量在最大 24 h 雨量条件下的发生风险概率, 可作为城市防洪排涝工程规划设计和风险评估的主要考虑方面。

表 6 4 个城市前、后汛期典型年设计暴雨的条件重现期与危险率

Table 6 The condition return period and risk rate of designed rainstorm in typical years of pre-and post-flood seasons in four cities

城市	典型年	汛期	$R_1$	$R_6$	$R_{24}$	$F(x_1, x_2   X_3 \leq x_3)$		$F(x_1, x_2   X_3 = x_3)$		$F(x_1   X_2 \leq x_2, X_3 \leq x_3)$		$F(x_1   X_2 = x_2, X_3 = x_3)$	
			mm			$T/a$	$P$	$T/a$	$P$	$T/a$	$P$	$T/a$	$P$
广州	1955	前	80.7	233.1	281.9	25.3	0.039	1.1	0.951	27.7	0.036	1.8	0.542
	1964	后	45.8	138.4	269.7	7.9	0.126	1.1	0.950	8.2	0.122	1.9	0.536
深圳	1966	前	65.9	249.3	352.5	19.6	0.051	1.1	0.870	20.1	0.050	5.2	0.192
	1993	后	68.9	177.3	338.6	25.1	0.040	1.3	0.751	104.0	0.010	1.8	0.552
香港	1998	前	71.7	192.1	428.4	8.3	0.121	1.1	0.937	18.5	0.054	2.4	0.420
	1976	后	51.5	168.6	416.3	4.5	0.221	1.0	0.985	6.6	0.151	5.6	0.178
澳门	1982	前	107.	279.6	613.2	49.5	0.020	1.1	0.894	426.3	0.002	1.3	0.747
	1955	后	39.5	138.8	355.3	2.4	0.408	1.0	0.999	3.6	0.278	1.4	0.701

### 3 结 论

本文将不同历时雨量之间具有相关关系的暴雨过程简化为 1 h 雨峰及其相应的 6 h 和 24 h 雨量三变量联合分布, 采用非对称极值 Copula 构建粤港澳大湾区 4 个中心城市典型暴雨过程线, 并与由 2 个时段和由单一雨峰的同频率设计暴雨过程线方法进行了比较。研究结果有以下结论:

1) 多变量联合分布模型合理地拓展了 Copula 函数在城市水文工程中的实际应用。4 个城市选取的两个典型年的  $R_1$ - $R_6$ - $R_{24}$  等 3 个时段雨量联合分布的“或”联合重现期都小于单一时段雨量重现期, 危险率最大。3 个时段雨量联合分布的“或”联合重现期更适用于应对城市雨洪风险。

2) 采用 3 个历时雨量联合分布推求的 4 个城市设计暴雨值大于 2 个时段和单一时段设计暴雨值, 由此放大的设计暴雨过程线, 整体效果相对最优, 对设计暴雨过程线的研究方法提供了新思路。

3) 以 24 h 最大雨量构建的典型设计暴雨过程线具代表性, 按同频率放大的典型设计暴雨过程线可作为汛期排水防涝工程设计的参考依据。

#### 参考文献:

岑国平, 沈晋, 范荣生, 1998. 城市设计暴雨雨型研究[J]. 水科学进展, 9(1): 41-46.

陈子燊, 黄强, 刘曾美, 2016. 基于非对称 Archimedean Copula 的三变量洪水风险评估[J]. 水科学进展, 27(5): 763-771.

- 陈子燊,李鸿皓,2020.基于非对称 GH-Copula 函数推求珠海市设计暴雨过程线[J].中山大学学报(自然科学版),59(5): 95-101.
- 陈子燊,刘占明,赵青,2018.洪水峰量联合分布的 4 种重现水平对比[J].中山大学学报(自然科学版),57(1):130-135.
- 成丹,陈正洪,方怡,2015.宜昌市区短历时暴雨雨型特征[J].暴雨灾害,34(3):249-253.
- 侯芸芸,宋松柏,赵丽娜,等,2010.基于 Copula 函数的三变量洪水频率研究[J].西北农林科技大学学报(自然科学版),38(2): 219-228.
- 蒋明,2015.新暴雨形势下上海市设计暴雨雨型研究[J].湖南理工学院学报,28(2):69-73.
- 李天元,郭生练,闫宝伟,等,2013.基于多变量联合分布推求设计洪水过程线的新方法[J].水力发电学报,32(3):10-14+38.
- 刘俊,周宏,鲁春辉,等,2018.城市暴雨强度公式研究进展与述评[J].水科学进展,29(6):898-910.
- 梅超,刘家宏,王浩,等,2017.城市设计暴雨研究综述[J].科学通报,62(33):3873-3884.
- 肖义,郭生练,刘攀,等,2007.基于 Copula 函数的设计洪水过程线方法[J].武汉大学学报(工学版),40(4):13-17.
- 杨星,朱大栋,李朝方,等,2013.按风险率模型分析的设计雨型[J].水利学报,44(5):542-548.
- 叶姗姗,叶兴成,王以超,等,2018.基于 Copula 函数的设计暴雨雨型研究[J].水资源与水工程学报,29(3):63-68.
- GANGULI P, REDDY M J,2013. Probabilistic assessment of flood risks using trivariate Copulas[J]. Theor Appl Climatol,111(1/2): 341-360.
- GRIMALDI S, SERINALDI F,2006. Asymmetric Copula in multivariate flood frequency analysis[J]. Adv Water Resour,29(8): 150-164.
- NELSON R B,2006. An introduction to Copulas[M]. New York: Springer-Verlag.
- SALVADORI G, de MICHELE C,2010. Multivariate multiparameter extreme value models and return periods: A Copula approach [J]. Water Resour Res,46(10): W10501.
- ZHANG L, SINGH V P,2007. Trivariate flood frequency analysis using the Gumbel-Hougaard Copula[J]. J Hydrol Eng, 12(4): 431-439.

(责任编辑 秦社彩)